

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ  
МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА БЕОГРАД  
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА

РЕВИЈАЛНО МАТЕМАТИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ  
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

СРБИЈА, 14.04.2020.

7. разред

1.  $\sqrt{(\sqrt{5}-5)^2} - (\sqrt{5}+5) = |\sqrt{5}-5| - (\sqrt{5}+5) = 5 - \sqrt{5} - \sqrt{5} - 5 = -2\sqrt{5}$ .
2.  $2^{300} \cdot 3^{300} = (2^2)^{100} \cdot (3^3)^{100} = 4^{100} \cdot 27^{100} = 108^{100}$ .
3.  $BE = \frac{1}{2}BM = 2cm$ ,  $MF = \frac{CM\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}cm$ .
4. Из  $2019^2 \leq n < 2020^2$  закључујемо да има  $2020^2 - 2019^2 = (2020 - 2019)(2020 + 2019) = 4039$  оваквих бројева.
5. Из  $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} - \frac{360^\circ}{n} = 180^\circ - \frac{720^\circ}{n} = 108^\circ$  добијамо  $\frac{720^\circ}{n} = 72^\circ$ , тј.  $n = 10$ .
6. Нека је  $x$  највећи од тих бројева. Он ће бити највећи, ако су осталих пет што мањи, дакле  $\frac{1+2+3+4+5+x}{6} = 23$ , тј.  $x = 123$ .
7. По Хероновој формули површина троугла је  $P = 84cm^2$ , а најдужа висина одговара најкраћој страници, па је једнака  $\frac{2 \cdot 84}{13} = \frac{168}{13}cm$ .
8. Број  $11^{17}$  завршава цифром 1. Последње цифре степена  $13^n$  и  $17^m$  ( $n, m \in \mathbb{N}$ ) периодично се понављају (3, 9, 7 и 1, односно 7, 9, 3 и 1). Дакле,  $13^{13}$  завршава цифром 3, а број  $17^{11}$  завршава такође цифром 3. Дакле, дати производ завршава цифром 9.
9. Нека је  $E$  тачка странице  $AB$  таква да је четвороугао  $AECD$  паралелограм. Тада је  $AE = DC = 4cm$ , па је  $EB = BC = 6cm$  јер је троугао  $EBC$  једнакокраки. Наиме,  $\angle CEB = 75^\circ$ ,  $\angle EBC = 30^\circ$ , па је и  $\angle ECB = 75^\circ$ . Дакле,  $AB = 10cm$ , па је тражена површина  $P = \frac{10+4}{2} \cdot 3 = 21cm^2$ .
10. Нека је  $AM = x$ ,  $MD = y$  и  $AB = a$ . Тада је површина трапеца  $ABCM$  једнака  $\frac{x+x+y}{2} \cdot a$ , а површина троугла  $MCD$  је  $\frac{y \cdot a}{2}$ . Из  $(2x+y) \cdot \frac{a}{2} : \frac{y \cdot a}{2} = 8 : 1$  налазимо да је  $2x+y = 8y$ , тј.  $x : y = 7 : 2$ .
11. Из  $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 47 - 35 = 12$  добијамо да је (због  $x < y$ )  $x - y = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$ .
12. Нека је  $AB$  основца,  $C$  врх датог једнакокраког троугла и  $D$  подножје висине из темена  $A$ . Тада је  $\angle ACB = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ$ , па је  $AD = \frac{1}{2}AC = 6cm$ , а тражена површина је  $\frac{12 \cdot 6}{2} = 36cm^2$ .